

I. kolo kategorie Z8

Z8–I–1

Najděte všechny trojice navzájem různých prvočísel p_1, p_2, p_3 , pro která platí

$$(p_2 - p_1) \cdot (p_3 - p_1) = 195.$$

(E. Novotná)

Z8–I–2

Pro rovnoběžníky $ABCD$ a $KLMN$ platí:

- bod K je středem úsečky CD ,
- bod K je průsečíkem přímky CD s osou úsečky BC ,
- bod L je průsečíkem přímky AB s osou úsečky CD ,
- bod N je průsečíkem přímky AB s osou úsečky BC ,
- úhel BAD má velikost 60° .

Určete poměr obsahů rovnoběžníků $ABCD$ a $KLMN$.

(M. Macko)

Z8–I–3

Tomáš sbírá pohlednice z Islandu, Anglie a Norska. Z každé země má alespoň jednu pohlednici, celkem jich má 40. Pohlednic z Anglie má více než pohlednic z Norska. Pohlednic z Islandu má více než pětinašobek a méně než šestinašobek počtu pohlednic z Anglie.

Ze kterých zemí jsou pohlednice, jejichž počet v Tomášově sbírce lze určit jednoznačně?

(E. Novotná)

Z8–I–4

Žáci napsali první písemku s průměrným hodnocením 84 bodů. Stejní žáci napsali druhou písemku s průměrným hodnocením 70 bodů. Čtyři z těchto žáků měli v obou písemkách po 63 bodech. Průměrné hodnocení ostatních žáků ve druhé písemce bylo 72 bodů.

Určete průměrné hodnocení ostatních žáků v první písemce.

(I. Jančígová)

Z8–I–5

Je dána kružnice k se středem S a poloměrem 6 cm a přímka p procházející bodem S . Sestrojte obdélník $ABCD$ tak, aby platilo:

- vrcholy A a B leží na přímce p ,
- kružnice k se dotýká strany CD ,
- kružnice k protíná stranu AD v bodě K a stranu BC v bodě L ,
- $|AK| = |CL| = 1,5$ cm.

(M. Petrová)



Z8–I–6

Jonáš a Michal sestavili každý svůj osmiboký jehlan s devíti různými čísly na jeho různých stěnách. Všechna čísla byla větší než 10, menší než 30 a žádné nebylo dělitelné čtyřmi. Pro každý vrchol však součet čísel na všech stěnách, které ho obsahovaly, byl dělitelný čtyřmi. Jonáš tvrdil, že na dvou bočních stěnách má čísla 14 a 15. Michal tvrdil, že na dvou bočních stěnách má čísla 14 a 17.

Kdo z chlapců měl pravdu?

(*K. Pazourek*)